

Questions avancées sur les probabilités

★ Exercice 1

On considère le jeu suivant.

Une urne contient $n \in \mathbb{N}^*$ boules noires et une boule rouge. Deux joueurs tirent chacun leur tour et sans remise une boule de cette urne. Lorsque l'un des deux joueurs tire la boule rouge, il gagne et le jeu s'arrête.

Discuter, selon les valeurs de n , s'il vaut mieux jouer en premier ou en second pour gagner le jeu.

★ Exercice 2

On considère une classe constituée de $n \geq 2$ élèves et l'on s'intéresse à la probabilité qu'au moins deux élèves aient leurs anniversaires qui tombent le même jour.

On supposera qu'il y a 365 jours dans une année et que les différents jours sont équiprobables.

1. Déterminer la probabilité que deux anniversaires tombent le même jour pour $n = 2$.
2. Déterminer la probabilité que deux anniversaires tombent le même jour pour $n = 3$, puis pour $n = 4$.
3. **Paradoxe des anniversaires :** En généralisant les calculs effectués dans les questions précédentes et en utilisant la calculatrice, pouvez-vous déterminer à partir de quelle valeur de n la probabilité recherchée dépasse 50% ?