

Rappels sur les suites arithmétiques et géométriques

★ **Exercice 1**

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \sqrt{1 + U_n^2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit la suite (V_n) telle que $V_n = U_n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que (V_n) est une suite arithmétique et préciser sa raison.
2. En déduire V_n en fonction de n , puis U_n en fonction de n .

★ **Exercice 2**

Soit (U_n) une suite arithmétique telle que $U_6 = -19$ et $U_{32} = 72$.

1. Déterminer la raison et le premier terme U_0 de (U_n) .
2. Calculer la somme $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{10}$.

★ **Exercice 3**

Soit (V_n) une suite géométrique telle que $V_5 = 135$ et $V_8 = 3645$.

1. Déterminer la raison et le premier terme V_0 de (V_n) sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer la somme $S = V_0 + V_1 + \dots + V_8$ et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

★ **Exercice 4**

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant.

- ★ Une suite constante est arithmétique.
- ★ Si (a_n) est arithmétique alors les points de coordonnées $(n; a_n)$ sont alignés sur une droite dont le coefficient directeur est a_0 .
- ★ La suite définie par $U_n = (1 - n)/3$ pour $n \in \mathbb{N}$ est arithmétique.
- ★ La somme des quinze premiers entiers naturels non nuls est 240.

- * La somme de deux suites arithmétiques est une suite arithmétique.
- * Le produit de deux suites arithmétiques est une suite arithmétique.
- * Une suite constante est géométrique.
- * Pour montrer qu'une suite est géométrique, il suffit de prouver qu'elle n'est pas arithmétique.
- * La suite (U_n) définie par $U_n = -3n$ est géométrique.
- * La suite (V_n) définie par $V_n = (-3)^n$ est géométrique.
- * La suite (W_n) définie par $W_n = -3^n$ est géométrique.
- * La somme des puissances de 2, de 2^0 à 2^{11} , est égale à $2^{12} - 1$.
- * La somme de deux suites géométriques est une suite géométrique.
- * Le produit de deux suites géométriques est une suite géométrique.

* **Exercice 5**

Calculer les sommes ci-dessous :

- * $S_1 = 9 + 12 + 15 + \dots + 123 + 126$
- * $S_2 = 11 + 22 + 33 + \dots + 990 + 1001$
- * $S_3 = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^8$
- * $S_4 = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{10}$
- * $S_5 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots + 1/4096$
- * $S_6 = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots - 19683$
- * $S_7 = U_3 + U_4 + \dots + U_{16}$ où (U_n) suite géométrique avec $q = 2$ et $U_7 = 64$.
- * $S_8 = 2 - 2 \times 5 + 2 \times 5^2 - 2 \times 5^3 + \dots - 97656250$
- * $S_9 = -\frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \dots - \frac{2^{11}}{3^{11}} + \frac{2^{12}}{3^{12}}$

* **Exercice 6**

Les suites ci-dessous sont-elles géométriques ? Si oui, donner la raison et le premier terme de la suite.

- * (α_n) telle que $\alpha_n = 7^{3n+1}/6^{1-2n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- * (β_n) telle que $\beta_n = 4n^3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- * (γ_n) telle que $\gamma_n = (-1/4)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.