Rappels sur les suites arithmétiques et géométriques II

⋆ **Exercice 1**

Soit la suite (U_n) telle que $U_0 = 5$ et $U_{n+1} = 0,5\,U_n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer U_1 et U_2.
2. Vérifier que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
3. Soit la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 2$ pour tout entier naturel n.
   Déterminer les trois premiers termes de la suite (V_n).
4. Exprimer une conjecture quant-à la nature de la suite (V_n).
5. Démontrer la conjecture précédente.
6. En déduire V_n en fonction de n.
7. En déduire U_n en fonction de n.

⋆ **Exercice 2**

Soit la suite (U_n) telle que $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = 0,2\,U_n + 0,6$ pour tout entier naturel n. Soit (V_n) définie par $V_n = U_n - 0,75$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique.
2. En déduire V_n en fonction de n, puis U_n en fonction de n.

⋆ **Exercice 3**

Soit la suite (U_n) telle que $U_0 = 20$ et $U_{n+1} = 0,88\,U_n + 3$ pour tout entier naturel n.

1. On définit (V_n) par $V_n = U_n - 25$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   Montrer que (V_n) est géométrique.
2. Déduire de la question précédente l'expression de U_n en fonction de n.
3. Montrer directement par récurrence que $U_n = -5 \times 0,88^n + 25$.

⋆ **Exercice 4**

On reprend la suite (U_n) de l'exercice 2 et on définit la somme $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.
Déterminer l'expression de S_n en fonction de n.