

Fonctions polynômes du second degré et forme canonique★ **Exercice 1**

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = -3x^2 - 6x + 1$$

1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Comment appelle-t-on cette fonction ?
3. Comment appelle-t-on la courbe de f ? Dans quel sens est-elle tournée ?
4. Établir la forme canonique de l'expression $f(x)$.
5. En déduire les variations de f et la présence d'un éventuel extremum.
6. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole \mathcal{C}_f .
7. Montrer que \mathcal{C}_f coupe l'axe des abscisses en deux points et préciser leurs coordonnées.
8. Soit la fonction g définie par

$$g(x) = -4x^2 - 4x - 1$$

Démontrer que la courbe \mathcal{C}_f est toujours au dessus de \mathcal{C}_g et que les deux courbes n'admettent aucun point commun.

★ **Exercice 2**

Déterminer le sens de variation des fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = 4(3 - x)^2 - (x + 1)^2$$

et

$$g(x) = 4(3 - x)^2 - (2x + 1)^2$$

★ **Exercice 3** *Intersection et position relative de deux courbes*

Soient f et g des fonctions polynômes de degré 2 définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^2 + 3x - 1$$

et

$$g(x) = x^2 - 4x + 2$$

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des paraboles \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
2. Déterminer les positions relatives des paraboles \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

★ **Exercice 4** *Forme canonique*

Déterminer la forme canonique des polynômes du second degré suivants :

1. $P(x) = x^2 + 4x + 3$
2. $Q(x) = 2x^2 - 8x + 3$
3. $R(x) = 3x^2 - 12x + 15$
4. $S(x) = 4x^2 - 40x + 24$
5. $T(x) = -3x^2 + 30x + 6$

★ **Exercice 5**

Soient les fonctions polynomiales du second degré f et g définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

et

$$g(x) = -2x^2 + 8x - 1$$

1. Déterminer les formes canoniques de $f(x)$ et $g(x)$.
2. Déterminer les tableaux de variation de f et g .
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

★ **Exercice 6** *Position relative de deux courbes*

Soient les fonctions polynomiales du second degré f et g définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

et

$$g(x) = -x^2 + 4x - 3$$

Étudier les positions relatives des paraboles \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .