

Arrangements et permutations des ensembles

* Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes :

$$\alpha(n) = \frac{n!(n+1)!}{(n!)^2}$$

$$\beta(n) = \frac{(n+1)!}{n!} - \frac{n!}{(n-1)!}, \quad n \geq 1$$

$$\gamma(n) = \frac{(2(n+1))!}{(2n+1)!}$$

$$\delta(n) = \frac{1}{(n-2)!} - \frac{1}{n!}, \quad n \geq 2$$

* Exercice 2 *Équation avec des factorielles*

Résoudre dans \mathbb{N} :

$$(n+2)! = 6n!$$

* Exercice 3

Soient A et B deux ensembles finis, non vides, disjoints et de cardinaux respectifs n et p .

1. Combien y a-t-il de permutations de l'ensemble $A \cup B$?
2. Combien y a-t-il de permutations de l'ensemble $A \cup B$ si l'on veut que les éléments de A et de B ne soient pas mélangés ?

* Exercice 4

Un professeur a préparé un exercice à faire sur une application. Il a utilisé dix questions. L'application en choisit cinq au hasard et les propose les unes après les autres.

Combien de suites différentes d'exercices peut-on obtenir ?

★ **Exercice 5**

Combien d'entiers naturels distincts pourrait on constituer avec trois chiffres différents choisis entre 0 et 9 inclus, chaque chiffre ne pouvant être utilisé qu'une seule fois ?

★ **Exercice 6** *Dénombrement de codes*

On dispose des chiffres 0, 1, 2 et 3.

1. Combien de nombres à quatre chiffres distincts peut on construire à partir de ces quatre chiffres en autorisant le 0 en première position ?
2. Combien de nombres à quatre chiffres distincts peut on construire à partir de ces quatre chiffres en interdisant le 0 en première position ?
3. Combien de nombres à trois chiffres distincts peut-on constituer à partir de ces quatre chiffres en interdisant le chiffre 0 en première position ?
4. Combien de nombres à trois chiffres distincts peut-on constituer à partir de ces quatre chiffres en autorisant le chiffre 0 en première position et en obligeant le nombre obtenu à être multiple de 3 ?