Représentation des suites récurrentes et sens de variation

$\star$ <u>Exercice 1</u> *Graphique en escalier*

Représenter les premiers termes des trois suites définies par récurrence ci-dessous à l'aide d'un graphe en escalier.

$$\begin{cases} \alpha_{n+1} = -\alpha_n + 4 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ \alpha_0 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta_{n+1} = -2\beta_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ \beta_0 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma_{n+1} = 2\,\gamma_n + 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ \gamma_0 = 0 \end{cases}$$

$\star$ <u>Exercice 2</u>

Donner une représentation graphique des cinq suites définies ci-dessous. On pourra adopter une représentation classique dans le plan $(n; U_n)$ dans le cas des suites définies par des formules explicites et un graphique en escalier pour celles définies par une formule de récurrence.

$$U_n = 2n + 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

$$V_n = n^2 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} W_{n+1} = (W_n)^2 \text{ pour tout} n \in \mathbb{N} \\ W_0 = 2 \end{cases}$$

$$X_n = 1/n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

$$\begin{cases} Y_{n+1} = 2Y_n + 1 \text{ pour tout} n \in \mathbb{N} \\ Y_0 = 0 \end{cases}$$

⋆ **Exercice 3** *Sens de variation des suites*

On considère les suites définies par des formules explicites comme suit

$$A_n = 2n^2 - n + 1, \quad n \geqslant 0$$

$$B_n = n^3 + 7n + 3, \quad n \geqslant 0$$

$$C_n = 3^n, \quad n \geqslant 0$$

$$D_n = 3 \times 2^n, \quad n \geqslant 0$$

$$E_n = 2 + 3 \times 7^n, \quad n \geqslant 0$$

$$F_n = \frac{1}{2^n}, \quad n \geqslant 0$$

Pour chacune de ces six suites, déterminer le sens de variation de la suite en présentant une preuve rigoureuse par calcul.

⋆ **Exercice 4** *Sens de variation des suites*

Même énoncé que dans l'exercice 3.

$$U_n = \frac{n}{4n-1}, \quad n \geqslant 0$$

$$V_n = \frac{n}{n+1}, \quad n \geqslant 0$$

$$W_n = n \times 5^n, \quad n \geqslant 1$$

$$P_n = \frac{3^n}{2n}, \quad n \geqslant 1$$

$$R_n = \frac{n^2+1}{2n^2}, \quad n \geqslant 1$$

⋆ **Exercice 5** *Sens de variation des suites*

On considère les suites définies par récurrence comme ci-dessous

$$\begin{cases} G_{n+1} = G_n + 2\,n + 1 \text{ pour tout} n \in \mathbb{N} \\ G_0 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{n+1} = H_n^2 - H_n + 1 \text{ pour tout} n \in \mathbb{N} \\ H_0 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{n+1} = I_n + n^2 + n - 6 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ I_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{n+1} = J_n + 2\,n - 3 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ J_0 = 1 \end{cases}$$

Pour chacune de ces quatre suites, déterminer le sens de variation de la suite en présentant une preuve rigoureuse par calcul.

⋆ **Exercice 6** *Sens de variation des suites*

Même énoncé que dans les exercices 3 et 4.

$$M_n = \frac{2n}{n-1}, \quad n \geqslant 2$$

$$N_n = 7 - \left(\frac{1}{3}\right)^n, \quad n \geqslant 0$$

$$P_n = \frac{2 \times 0,5^n}{n}, \quad n \geqslant 1$$

$$P_n = \frac{3^n}{2n}, \quad n \geqslant 1$$

$$Q_n = \frac{2\,n+1}{n+3}, \quad n \geqslant 0$$

$$R_n = n + \frac{1}{2\,n-1}, \quad n \geqslant 0$$

$\star$ **Exercice 7** *Sens de variation des suites*

Même énoncé que dans les exercices 3, 4 et 6.

$$\lambda_n = \frac{n+3}{2n+5}, \quad n \geqslant 0$$

$$\mu_n = 3 + \frac{1}{n}, \quad n \geqslant 1$$

$$\nu_n = \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad n \geqslant 1$$

$$\rho_n = \frac{2^n}{n+1}, \quad n \geqslant 0$$

$$\sigma_n = \frac{3^{n+1}}{6^n}, \quad n \geqslant 0$$

$$\tau_n = 2^{n^2}, \quad n \geqslant 0$$