

Combinaisons I

★ Exercice 1

Soit A un ensemble fini tel que $\text{card } A = 8$.

1. Déterminer le cardinal de l'ensemble des parties de A .
2. Combien y a-t-il de parties à 3 éléments de l'ensemble A .
3. En déduire sans calcul le nombre de parties à 5 éléments.

★ Exercice 2

Soit $A = \{1; 2; 3\}$.

1. Déterminer le cardinal de l'ensemble des parties de A .
2. Énumérer toutes les parties de A .

★ Exercice 3

Soit $A = \{1; 2; 3; 4\}$.

1. Donner toutes les parties de A à deux éléments.
2. En déduire $\binom{4}{2}$.

★ Exercice 4 *Équations avec des coefficients binomiaux*

Résoudre dans \mathbb{N} .

$$\binom{n}{3} = n, \quad \binom{n}{2} = \binom{n}{3} \quad \text{et} \quad 2\binom{n}{2} = 3\binom{n}{3}$$

★ **Exercice 5**

Montrer par calcul que

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Retrouver ce résultat à l'aide d'un argument de dénombrement.

★ **Exercice 6**

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On place n points sur un plan de telle manière que trois points ne sont jamais alignés.

1. On relie deux à deux tous les points par une arête. Combien d'arêtes a-t-on tracées ?
2. On classe les n points en deux groupes de taille k et $n - k$. Chaque point du premier groupe est alors relié à chaque point du second groupe par une arête. Combien d'arêtes a-t-on tracées ?

★ **Exercice 7** *Une suite définie par un coefficient binomial*

Soit la suite (U_n) définie par $U_n = \binom{2n}{n}$ pour tout entier naturel n .

Montrer que la suite (U_n) est strictement croissante.

★ **Exercice 8** *Dénombrement de tirages de cartes*

On tire simultanément trois cartes dans un jeu de 32 cartes.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2. Combien y a-t-il de tirages contenant trois rois ?
3. Combien y a-t-il de tirages contenant au moins un as ?
4. Combien y a-t-il de tirages contenant au moins deux dames et au moins un pique ?
5. Combien y a-t-il de tirages contenant trois cartes de couleurs différentes ?