# Bases de la dynamique newtonienne

*Ces notes constituent un cours sur les bases de la dynamique newtonienne introduites au lycée.*

*L'ensemble des sections qui suivent est de niveau terminale spécialité physique-chimie.*

*Des ouvertures sur des notions plus poussées et des démonstrations allant au delà du programme de terminale seront abordées dans un autre cours.*

*Maxime Baczyk*

## Table des matières



L'étude des relations entre les causes qui ont généré le mouvement d'un système et leurs effets s'appelle la dynamique. La dynamique newtonienne repose sur trois principes généraux appelés lois de Newton. Afin d'établir une théorie physique complète de la mécanique, il est également nécessaire de postuler les lois des forces, c'est à dire, leurs expressions mathématiques à partir des différents paramètres du problème.

On introduit dans ce chapitre les lois de Newton de la dynamique ainsi que les lois de certaines forces intervenant fréquemment en physique. La troisième section est dédiée à des considérations énergétiques.

# A Lois de Newton

On présente ici les trois postulats fondamentaux à la base de la mécanique newtonienne. Chacune des trois sous sections suivantes est dédiée à l'une de ces lois.

## A.1 Première loi : principe d'inertie

La première loi de Newton est dite principe d'inertie. Elle stipule que si le corps étudié n'est soumis à aucune force extérieure ou si les forces extérieures se compensent exactement, alors le point matériel est soit immobile soit en mouvement rectiligne et uniforme.[i] Plus précisément, si le corps est initialement au repos, c'est à dire, immobile alors il reste au repos et s'il est initialement en mouvement alors son mouvement persiste avec un vecteur vitesse constant : il présente un mouvement rectiligne uniforme.

On fait la différence entre un système soumis à aucune force extérieure et un système où les forces extérieures se compenseraient exactement ; dans le premier cas il est dit isolé et, dans le second, on parle plutôt de système pseudo-isolé.

On appellera référentiel galiléen ou référentiel inertiel tout référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié.

Un référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui aussi galiléen. Les différents référentiels galiléens, qui forment une classe, sont tous équivalents : les lois du mouvement y sont les mêmes. Ceci est une conséquence des lois newtoniennes et s'appelle le principe de relativité. On précise que ce principe est également à la base de la théorie relativiste développée par Einstein bien que les lois de Newton n'y soient plus exactes mais une approximation d'équations plus fondamentales.

Des contre-exemples de référentiels inertiels sont un avion au décollage ou une

[i] En fait, ceci n'est vrai que dans un type particulier de référentiel dit référentiel galiléen. Cette notion est abordée dans la suite.

grande roue. Ils présentent un mouvement non rectiligne uniforme et ne sont donc pas galiléens.

## A.2 Seconde loi : principe fondamental de la dynamique

La seconde loi de Newton est le principe fondamental de la dynamique ; il permet notamment d'établir les équations horaires du mouvement et de relier les paramètres cinématiques à la masse et aux caractéristiques des forces.

Les forces, qui modélisent des actions mécaniques c'est à dire des effets permettant de modifier le mouvement, sont représentées mathématiquement par des vecteurs avec un point d'application. Celles-ci sont les causes du mouvement et se mesurent en newton (N).

On note qu'il existe des forces à distances comme cela est présenté dans la section qui suit mais également des forces de contact.[ii]

Le principe fondamentale de la dynamique est le suivant : dans tout référentiel galiléen, la somme des forces extérieures s'appliquant sur le point matériel est proportionnelle à l'accélération qu'elles lui communiquent et le coefficient de proportionnalité s'identifie à la masse. Ce principe s'écrit donc

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a}} \tag{1}$$

La masse, qui est donc le coefficient de proportionnalité entre la force et l'accélération, est dite, en ce sens, masse d'inertie.[iii]

En considérant un système fermé, c'est à dire, n'échangeant pas de matière avec l'extérieur, la masse $m$ est une constante du mouvement et l'Eq. (1) prend donc la forme qui suit

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = \dot{\vec{p}}} \tag{2}$$

où $\vec{p} = m\vec{v}$ est la quantité de mouvement du point matériel.

L'équation ci-dessus est en réalité plus fondamentale que l'Eq. (1). En effet,

[ii] Par exemple, les forces de frottement sont des forces de contact ; elles existent lorsque deux solides se touchent mais également lorsqu'un corps est plongé dans un fluide, c'est à dire, un liquide ou un gaz. On parle de force de frottement sec pour deux solides en contact et de frottement visqueux lorsque celui-ci est impliqué par un fluide.

[iii] Dans la théorie de la relativité générale d'Einstein qui traite de la gravité, une autre définition de la masse intervient à travers l'expression de la gravité ; elle est appelée masse gravitationnelle. On postule toujours que la masse d'inertie est égale à la masse gravitationnelle

celle-ci reste valable si la masse du système varie au cours du temps[iv] alors que l'Eq. (1) n'est plus exacte. La relation (2) est également vérifiée en mécanique relativiste mais il est nécessaire, dans ce cas, d'adopter une nouvelle définition de la quantité de mouvement $\vec{p}$.[v]

Si le système est isolé ou pseudo-isolé, c'est à dire,

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \tag{3}$$

alors le principe fondamental de la dynamique revient à dire que le quantité de mouvement est une constante dans le temps. Dans ce cas, et si la masse est également constante, on retrouve le principe d'inertie.

On souligne que les forces possèdent des caractéristiques intrinsèques, c'est à dire, qui lui sont propres que l'on appelle lois de force. Ces lois de forces combinées au principe fondamental de la dynamique[vi] permettent d'expliquer de nombreux phénomènes physiques.

## A.3 Troisième loi : principe des actions réciproques

Enfin, la troisième loi de Newton, aussi appelée principe de l'action et de la réaction ou principe des actions réciproques, stipule que si deux corps sont en interaction, la force qu'exerce le corps 1 sur le corps 2 est toujours égale à l'opposé de la force qu'exerce le corps 2 sur le corps 1. Autrement dit, on a

$$\boxed{\vec{F}_{2\to 1} = -\vec{F}_{1\to 2}} \tag{4}$$

Lorsqu'un système est constitué de plusieurs points matériels, les forces intérieures au système ne modifient pas la dynamique. C'est une conséquence du principe des actions réciproques : ces forces se compensent et la résultante totale est donc nulle.

---

[iv] C'est le cas d'une fusée au décollage par exemple.

[v] Dans théorie relativiste d'Einstein, la quantité de mouvement prend la forme suivante

$$\vec{p} = m\gamma\vec{v}$$

où $\gamma$ est la facteur de Lorentz :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \geqslant 1$$

avec $v$ la vitesse de la particule et $c$ la vitesse de la lumière dans la vide. En prenant cette définition de la quantité de mouvement, l'équation de base de la dynamique relativiste s'écrit comme (2) :

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F}$$

où $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$ est la résultante des forces.

[vi] La seconde loi de Newton peut être vue comme une conséquence d'un postulat plus fondamental appelé principe de moindre action mais son énoncé dépasse largement le cadre de ce cours.

# B Lois de force

Comme il a déjà été précisé, en plus des principes de Newton, il est nécessaire de postuler la forme des interactions, c'est à dire, les lois des forces. Cette section traite de deux interactions fondamentales classiques : la force de gravitation et la force électrostatique.

## B.1 Force de gravitation

La force de gravitation est la force attractive qui s'exerce entre deux corps massifs.

On observe expérimentalement que cette force est proportionnelle au produit des deux masses et inversement proportionnelle au carré de la distance entre les corps. C'est, de plus, une force radiale ; ce qui signifie que sa direction est selon la droite reliant les deux masses.

Plus précisément, si l'on note $M_1$ et $M_2$ les positions des deux points matériels de masses respectives $m_1$ et $m_2$ et $d = \|\overrightarrow{M_1M_2}\|$ la distance entre ces derniers, la force de gravitation exercée par le corps 2 sur le corps 1 s'exprime par

$$\boxed{\vec{F}_{G,2\to1} = -G\,\frac{m_1m_2}{d^2}\,\vec{u}_{12}} \tag{5}$$

où $G \simeq 6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3.\mathrm{kg}^{-1}.\mathrm{s}^{-2}$ est une constante fondamentale en physique appelée constante de gravitation et $\vec{u}_{12}$ est un vecteur unitaire dirigé selon l'axe $(M_1M_2)$ et dans le sens de $M_1$ vers $M_2$. C'est à dire

$$\vec{u}_{12} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|} \tag{6}$$

Le signe $-$ dans l'expression (5) de la force de gravitation vient du fait que $\vec{F}_{G,2\to1}$ et $\vec{u}_{12}$ sont de sens opposé puisque la force est attractive.

Cette force est de portée infinie mais son intensité décroit dans l'espace comme l'inverse du carré de la distance.[vii]

$$F_G \propto \frac{1}{d^2} \tag{7}$$

où $\propto$ désigne la relation de proportionnalité.

On souligne que le paramètre fondamental intrinsèque au corps sur lequel s'exerce cette force et qui en est l'origine est sa masse.

La force de gravitation est dominante au niveau de l'astrophysique, des corps célestes et également à l'échelle humaine à travers le poids des objets.

[vii] On parle de décroissance selon une loi de puissance.

## B.2 Force électrostatique

La force électrostatique représente l'interaction entre deux charges électriques ponctuelles et immobiles ; elle peut être attractive ou répulsive.

Cette force présente une loi similaire à la force de gravitation ; en effet, celle-ci est proportionnelle au produit des charges électriques et inversement proportionnelle au carré de la distance entre les deux particules.

La loi de la force électrostatique s'appelle la loi de Coulomb. En notant toujours $M_1$ et $M_2$ les positions des deux particules de charges respectives $q_1$ et $q_2$, la loi de Coulomb s'écrit

$$\boxed{\vec{F}_{E,2\to1} = k_c\,\frac{q_1 q_2}{d^2}\,\vec{u}_{12}} \tag{8}$$

avec $d = \|\overrightarrow{M_1M_2}\|$ la distance entre les particules et $k_c \simeq 8,987 \times 10^9$ N.m$^2$.C$^{-2}$ une autre constante fondamentale appelée constante de Coulomb. On rappelle que l'unité C s'appelle le coulomb et correspond à l'unité SI de la charge électrique. $\vec{u}_{12}$ est un vecteur unitaire selon l'axe $(M_1M_2)$ et dans le sens de $M_1$ vers $M_2$ comme défini précédemment.

Ici et à la différence de la force gravitationnelle, il n'y a pas de signe $-$ dans l'expression ci-dessus. En effet, si le produit des charges $q_1q_2$ est positif, c'est à dire, si les charges sont de même signe alors cette force est répulsive ; dans ce cas $\vec{F}_{E,2\to1}$ et $\vec{u}_{12}$ sont orientés dans le même sens. Au contraire, si les charges sont de signes opposés alors $q_1q_2$ est un facteur négatif et la force en résultant est attractive : $\vec{F}_{E,2\to1}$ et $\vec{u}_{12}$ sont de sens opposé ici.

Il y a beaucoup de similarité entre la loi de gravitation et la loi de Coulomb, notamment la portée de l'interaction. $\vec{F}_E$ est en effet également de portée infinie avec une intensité qui décroit dans l'espace comme l'inverse de la distance entre les charges au carré.

$$F_E \propto \frac{1}{d^2} \tag{9}$$

Le paramètre intrinsèque à la particule à l'origine de cette interaction est sa charge électrique.

La force électrostatique est, en fait, des centaines de milliards de milliards de fois plus intense que la gravité. Pour cette raison, elle domine largement à l'échelle microscopique et la gravité y est totalement négligeable. Cependant, à grande échelle et puisque les atomes et molécules constituant la matière sont électriquement neutres, cette force n'est pas prépondérante.

Pour illustrer cela, on considère les interactions entre un électron et un proton : les forces électrostatique et gravitationnelle sont attractives. Sachant que la charge d'un électron est $q = -e = -1,602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$, que celle du proton est l'opposée $q = +e = 1,602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ et que la distance entre les deux particules dans l'atome d'hydrogène vaut à peu près $d = 5,29 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}$, on obtient avec la formule (8) :

$$F_E \simeq 8,24 \times 10^{-8}\,\mathrm{N} \tag{10}$$

En comparaison, la masse des particules valant respectivement $m_e = 9,11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ et $m_p = 1,67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ pour l'électron et le proton, la formule de la force gravitationnelle (5) donne

$$F_G \simeq 3,63 \times 10^{-47}\,\mathrm{N} \tag{11}$$

Ainsi, la rapport $F_E/F_G$ est de l'ordre de $10^{39}$ ; cela illustre bien la différence gigantesque d'intensité entre ces deux forces. La force électrostatique est des milliards de milliards de milliards ... de milliards de fois plus intense.

## B.3 Notion de champ

En reprenant l'exemple de la charge électrique, tout objet chargé électriquement crée un champ électromagnétique autour de lui dans l'espace.

On parle, plus généralement, de champ dans l'espace physique à trois dimensions lorsqu'on peut décrire une propriété physique par une fonction de la position $(x; y; z)$.[viii]

La présence d'une charge ponctuelle et immobile dans le vide va modifier les propriétés de l'espace qui l'entoure ; cette modification se traduit en l'occurrence par l'existence d'un vecteur champ électrique, noté $\vec{E}$, en tout point. Une autre charge $q$ positionnée en un point $M$ subira alors la force électrostatique suivante :

$$\boxed{\vec{F}_E = q\,\vec{E}(M)} \tag{12}$$

En considérant que la charge à l'origine du champ, notée $q_0$, est à l'origine $O$ du repère, l'expression du champ électrique créé en un point $M$ quelconque sera donnée par

$$\boxed{\vec{E}(M) = k_c\,\frac{q_0}{r^2}\,\vec{u}_r} \tag{13}$$

où $r = \|\overrightarrow{OM}\|$ et $\vec{u}_r$ est un vecteur unitaire radial, c'est à dire,

$$\vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|} \tag{14}$$

[viii] Par exemple, si une grandeur physique notée $\phi$ varie dans l'espace alors elle constitue un champ $\phi(x, y, z)$ ; c'est une fonction des trois variables d'espace.

On dit, pour cette raison, que la champ électrique est un vecteur radial ; puisque qu'il est porté par $\vec{u}_r$, il admet pour direction la droite $(OM)$.

Le vecteur $\vec{E}$ est dirigé vers l'extérieur, c'est à dire, de $O$ vers $M$ si la charge à l'origine est positive. Inversement, pour une charge négative, le champ électrique est rentrant et dirigé vers l'intérieur.

Concernant l'électricité, la charge électrique représente donc la source ou la cause alors que le champ traduit les effets. La présence d'un champ électrique dans l'espace va alors influencer le comportement des autres charges : elles interagissent avec le champ comme précisé dans l'Eq. (12). La force subie est ainsi proportionnelle au champ.

On remarque qu'en prenant pour $\vec{E}(M)$ l'expression de L'Eq. (13), on retrouve bien la formule de la force électrostatique discutée dans la section précédente. On souligne, tout de même, que la forme (12) de cette force est plus générale ; elle est valable quelle que soit la forme du champ électrique.

La force de l'Eq. (12) décrit comment les particules chargées sont accélérées en présence de champs électriques. Elle peut être répulsive ou attractive selon le signe de la charge $q$.

Les interactions fondamentales comme l'électromagnétisme et la gravitation sont des interactions à distance et, comme on vient de le voir pour la première, elles sont modélisées par des champs.

Concernant la gravitation, en procédant par analogie avec le champ électrique, il existe un champ de gravité $\vec{\mathcal{G}}$ dont la source, c'est à dire, ce qui le crée est la masse. En considérant une masse $m_0$ à l'origine $O$, elle génère un champ de gravité dont l'expression en un point $M$ quelconque est

$$\boxed{\vec{\mathcal{G}}(M) = -G\,\frac{m_0}{r^2}\,\vec{u}_r} \tag{15}$$

où $r = \|\overrightarrow{OM}\|$ et $\vec{u}_r$ est un vecteur unitaire radial comme pour le champ électrique.

La champ de gravitation est donc également radial mais ce dernier est toujours rentrant, c'est à dire, dirigé vers l'intérieur.

Les autres masses interagissent alors avec ce champ et cela se traduit par l'existence d'une force proportionnelle au champ. Pour un point matériel $M$ de masse $m$ plongé dans un champ de gravitation $\vec{\mathcal{G}}(M)$, la force exercée sur ce corps s'identifie à

$$\boxed{\vec{F}_G = m\,\vec{\mathcal{G}}(M)} \tag{16}$$

Là aussi, en prenant la forme donnée par l'Eq. (15) dans la formule de la force ci-dessus, on retrouve bien la loi de gravitation étudiée dans la section qui précède.

La force électrostatique, à la base de l'électromagnétisme[ix], et la force de gravitation constituent les deux interactions classiques fondamentales du modèle standard de la physique.[x]

## B.4 Champ de pesanteur local et poids

A la surface d'un astre très massif, on fera l'approximation que la champ de gravité créé par cet astre est uniforme[xi], vertical et dirigé vers le bas. On parlera alors, dans ce cas, de champ de pesanteur local et on le notera

$$\vec{\mathcal{G}} = \vec{g} \tag{17}$$

Dans le référentiel terrestre, le champ de pesanteur sur Terre s'écrit donc

$$\boxed{\vec{g}_T = -G\,\frac{m_T}{R_T^2}\,\vec{k}} \tag{18}$$

où $m_T$ et $R_T$ sont respectivement la masse et la rayon de la Terre, $\vec{k}$ étant un vecteur unitaire dirigé verticalement vers le haut. L'intensité du champ de pesanteur terrestre est à peu près égale à $g_T \simeq 9,81\,\mathrm{m.s^{-2}}$. On note que l'unité d'accélération $\mathrm{m.s^{-2}}$ est équivalente à l'unité $\mathrm{N.kg^{-1}}$.

La force de gravitation se réduit alors au poids.

$$\boxed{\vec{F}_G = \vec{P} = m\,\vec{g}_T} \tag{19}$$

Lorsqu'un corps est uniquement soumis à son poids dans le référentiel terrestre, on dit qu'il est en chute libre. L'étude de la chute libre est détaillée dans le chapitre suivant.

---

[ix] La force électromagnétique complète est en réalité constitué par le champ électrique $\vec{E}$ mais également par un autre champ vectoriel noté $\vec{B}$ ; c'est le champ magnétique. Il est, en effet, nécessaire d'introduire un second champ aux propriétés différentes de celles du champ électrique afin de comprendre les phénomènes liés aux aimants et aux fils parcourus par des courants électriques notamment. Ces derniers phénomènes appartiennent au domaine du magnétisme. Alors que le champ électrique est créé par des charges fixes dans l'espace, toute charge en mouvement génère également un champ magnétique. On appelle courants les charges en mouvement. Elles représentent donc la source du champ magnétique $\vec{B}$. On note que pour des phénomènes généraux dépendants du temps, les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont liés et interagissent ensemble, ceci permettant d'expliquer la propagation des ondes électromagnétiques et de la lumière.

[x] Il existe d'autres interactions fondamentales quantiques mais elles n'agissent qu'au niveau microscopique.

[xi] On dit qu'un champ est uniforme lorsque ce dernier est invariant dans l'espace.

On souligne enfin que, par exemple, sur la lune, le champ de pesanteur présente la même expression que l'Eq. (18) mais $m_T$ et $R_T$ (correspondant à la masse et au rayon terrestres) sont remplacés par $m_L$ et $R_L$ qui dénotent respectivement la masse et le rayon de la Lune. Le calcul de l'intensité de $g_L$ donne alors une valeur a peu près six fois plus faible que celle sur Terre.

### B.5 Force exercée par un fluide sur un corps immergé

Cette sous-section est à la marge du cours ; elle concerne plutôt de éléments de statique des fluides. On présente brièvement une autre loi de force bien connue : la poussée d'Archimède. Celle-ci a lieu lorsqu'un corps volumique est plongé dans un fluide, c'est à dire, un liquide ou un gaz.

La force de poussée d'Archimède n'est pas une interaction fondamentale et découle, en fait, des effets de la pression et des lois de la statique du fluide. Elle peut s'énoncer de la manière suivante : tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force égale à l'opposé du poids du volume de fluide déplacé.

On peut donc donner l'expression de cette force, notée $\vec{\pi}$,

$$\boxed{\vec{\pi} = -\rho\, V\, \vec{g}} \tag{20}$$

où $\rho$ est la masse volumique du fluide, $V$ le volume du corps immergé et $\vec{g}$ est le champ de pesanteur comme défini dans la section précédente.

Cette force est verticale et dirigée vers le haut. Elle s'oppose donc au poids de l'objet : si la masse volumique de l'objet est plus importante que celle du fluide alors le corps coule. Au contraire, si la masse volumique du corps est plus faible que la masse volumique du fluide, le corps massif remonte à la surface.

## C Aspects énergétiques

L'énergie est une grandeur fondamentale en physique. Bien que les notions de force et de vecteurs cinématiques soient plus intuitifs, il est possible de formuler un problème uniquement à partir de notions énergétiques. L'énergie permet, en effet, de comparer et convertir des aspects de la dynamique à priori très différents.

L'énergie mécanique se décompose en deux parties : l'énergie cinétique et l'énergie potentielle.

## C.1 Énergie cinétique

L'énergie cinétique est l'énergie générée par le déplacement d'un corps massif. Elle s'identifie à la moitié du produit de sa masse par sa vitesse au carré.

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2} \tag{21}$$

où $v$ est la valeur de la vitesse instantanée du point matériel.

## C.2 Travail d'une force

Le travail d'une force est une notion énergétique qui traduit la capacité de celle-ci à favoriser, ou au contraire, à empêcher le mouvement.

En considérant une force constante s'exerçant sur un corps qui parcourt une trajectoire rectiligne, son travail s'identifie au produit scalaire de la force par le déplacement. Si la trajectoire correspond au segment $[AB]$ où $A$ est le point de départ du système et $B$ l'arrivée, on définit alors le vecteur déplacement comme

$$\vec{l} = \overrightarrow{AB} \tag{22}$$

Le travail de la force $\vec{F}$ sur cette trajectoire s'écrit

$$\mathcal{W}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{l} \tag{23}$$

où le point dans le membre de droite dénote le produit scalaire des deux vecteurs.[xii]

On vérifie bien sur l'expression ci dessus que $\mathcal{W}(\vec{F})$ est positif si $\vec{F}$ favorise le mouvement, c'est à dire, si l'angle entre la force et le déplacement est inférieur à 90 degrés. Au contraire, on a $\mathcal{W}(\vec{F}) < 0$ lorsque la force s'oppose au mouvement et que l'angle entre la force et le déplacement est compris entre 90 et 180 degrés.

## C.3 Notion de force conservative

Une force est dite conservative lorsque son travail durant le déplacement du système du point $A$ au point $B$ est indépendant de la trajectoire suivie entre $A$ et $B$.

On peut également donner une seconde définition équivalente, une force est conservative si et seulement si son travail sur une trajectoire fermée est nul.

[xii]Le produit scalaire est défini comme

$$u \cdot v = \|u\| \times \|v\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) \text{ et en repère orthhonormé } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = xx' + yy' + zz'$$

Les forces fondamentales comme gravitation, le poids ou la force électrostatique sont des forces conservatives. Il existe cependant des forces non conservatives ; un exemple important correspond aux forces de frottement qui s'opposent constamment au mouvement. Leur travail est négatif même sur une trajectoire fermée.

On souligne que les forces conservatives dérivent toujours d'une énergie potentielle ; ce point sera détaillé dans un cours plus avancé.[xiii]

## C.4 Énergie potentielle

A chaque force conservative, on peut associer une seconde forme d'énergie qui vient s'ajouter à l'énergie cinétique : c'est l'énergie potentielle.

Il existe une relation entre la force conservative et l'énergie potentielle associée : étant donnée une énergie potentielle, on peut en déduire l'expression vectorielle de la force et réciproquement, étant donnée une force, on peut introduire une énergie potentielle définie à une constante près. Ceci sera discuté en détail dans un cours ultérieur.

On souligne que l'énergie est toujours définie à une constante près ; seuls les écarts et variations d'énergie sont utiles en physique et ceux-ci ne font pas apparaitre la constante additive arbitraire.

La relation entre énergie potentielle et force est relativement compliquée et n'est pas du niveau de terminale. On admettra uniquement ici l'expression de cette énergie pour certains types de forces.

Concernant le poids dans le référentiel terrestre, l'énergie potentielle s'exprime par :

$$\boxed{E_p = mgz} \tag{24}$$

où $z$ est l'altitude du corps. On peut fixer l'origine de l'axe vertical mesurant l'altitude où l'on le souhaite puisque l'énergie potentielle est définie à une constante près.

Pour la force électrostatique, l'énergie potentielle s'identifie à

$$\boxed{E_p = q\,V} \tag{25}$$

[xiii] Pour simplifier, on se place dans un espace à une seule dimension et on considère une fonction $E$ dépendant de la position $x$. Si cette fonction représente l'énergie potentielle du corps, alors la force se dérivera par

$$\vec{F} = -\frac{dE}{dx}\,\vec{i}$$

où $\vec{i}$ est le vecteur de base dirigeant l'espace unidimensionnel, c'est à dire, la droite. Ceci se généralise à trois dimensions mais cela fait intervenir les notions d'opérateur gradient et de dérivées partielles qui dépassent le niveau de ce cours.

où la grandeur $V$ est le potentiel électrique au point considéré. C'est une grandeur fondamentale en physique mais son interprétation est plus simple en terme de différence : la différence de potentiels électriques entre les points $A$ et $B$ s'identifie simplement la tension électrique $U$ mesurée en volt (V) et bien connue au lycée. On a en effet,

$$U_{AB} = V_A - V_B \tag{26}$$

Une tension électrique est donc une différence de potentiels et celle-ci est proportionnelle à la différence des énergies potentielles.

$$\boxed{E_p(B) - E_p(A) = -qU_{AB}} \tag{27}$$

## C.5 Énergie mécanique et grands théorèmes

En mécanique, l'énergie totale se définit comme la somme de l'énergie cinétique et des énergies potentielles du point matériel. On appelle énergie mécanique cette somme.

$$\boxed{E_m = E_c + \sum_i E_{p,i}} \tag{28}$$

On somme les différentes énergies potentielles existantes dans le cas où il y ait plusieurs forces conservatives s'exerçant sur le point matériel. On insiste sur le fait que chaque force conservative est associée à une énergie potentielle différente.

On peut établir un théorème important : le théorème de l'énergie cinétique. On admet ici ce dernier ; il stipule que la variation d'énergie cinétique entre deux points est égale à la somme des travaux des forces s'exerçant sur le système.[xiv]

$$\boxed{\Delta E_c = \sum_i \mathcal{W}(\vec{F_i})} \tag{29}$$

où

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) \tag{30}$$

Une conséquence importante de ce résultat est la conservation de l'énergie mécanique en présence de forces conservatives uniquement. En effet, dans le cas où toutes les forces s'exerçant sur le point matériel sont conservatives, on a

$$\boxed{\Delta E_m = 0} \tag{31}$$

[xiv] C'est une conséquence de la seconde loi de Newton.

Cette propriété de conservation de l'énergie s'appelle le théorème de l'énergie mécanique. Il prend une forme plus générale en présence de forces non conservatives également. Le théorème de l'énergie mécanique s'écrit généralement

$$\boxed{\Delta E_m = \sum_j \mathcal{W}(\vec{F}_{NC,j})} \tag{32}$$

où les $\vec{F}_{NC,j}$ sont les différentes forces non conservatives telles que les frottements par exemple.