

Initiation aux suites arithmético-géométriques★ **Exercice 1**

Soit la suite (U_n) telle que $U_0 = 5$ et $U_{n+1} = 0,5U_n + 1$.

1. Calculer U_1 et U_2 .
2. Vérifier que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
3. Soit (V_n) telle que $V_n = U_n - 2$ pour tout entier naturel n .
Déterminer les trois premiers termes de la suite (V_n) .
4. Exprimer une conjecture quant-à la nature de la suite (V_n) .
5. Démontrer la conjecture précédente.
6. En déduire V_n en fonction de n .
7. En déduire U_n en fonction de n .

★ **Exercice 2** *Problème*

On considère un pays avec une population de 30 millions d'habitants en 2019. Il y a un accroissement de la population de 10 pour-cents par an ainsi que l'arrivée d'un million d'immigrés chaque année.

Soit la suite (U_n) telle que U_n est le nombre d'habitants en millions du pays à l'année $2019 + n$ avec $n \in \mathbb{N}$.

1. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n (relation de récurrence).
2. Soit (V_n) telle que $V_n = U_n + 10$ pour tout entier naturel n .
Démontrer que la suite (V_n) est géométrique.
3. En déduire V_n en fonction de n , puis U_n en fonction de n .

★ **Exercice 3**

Soit la suite (U_n) telle que $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = 0,2U_n + 0,6$ pour tout entier naturel n . Soit (V_n) définie par $V_n = U_n - 0,75$.

1. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique.
2. En déduire V_n en fonction de n , puis U_n en fonction de n .