Nombre dérivé d'une fonction en un point II

⋆ **Exercice 1** *Démonstration sur la fonction inverse*

Soit k la fonction inverse définie sur $\mathbb{R}^*$ et soit $a \in \mathbb{R}^*$.

1. Déterminer le taux d'accroissement $\tau(h)$ de k en a en fonction de a et h.
2. En déduire que la fonction inverse est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et que
$$k'(a) = -\frac{1}{a^2}$$
pour tout $a \in \mathbb{R}^*$.

⋆ **Exercice 2** *Démonstration sur la fonction racine carrée*

Soit r la fonction racine carrée définie sur $\mathbb{R}^+$.

1. Déterminer le taux d'accroissement $\tau(h)$ de r en $a = 0$ en fonction de h.
2. Démontrer que la fonction racine carrée n'est pas dérivable en $a = 0$.
3. Soit $a \in \mathbb{R}^{*+}$. Montrer que le taux d'accroissement $\tau(h)$ de r en a peut s'écrire sous la forme
$$\tau(h) = \frac{1}{\sqrt{a+h}+\sqrt{a}}$$
4. En déduire que la fonction racine carrée est dérivable sur $\mathbb{R}^{*+}$ et que
$$r'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$
pour tout $a \in \mathbb{R}^{*+}$.

⋆ **Exercice 3**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$
et soit $a \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer le taux d'accroissement $\tau(h)$ de f en a en fonction de a et h.
2. Justifier que f est dérivable en a et donner le nombre dérivé $f'(a)$.