

**Questions avancées sur la dérivation**★ **Exercice 1**    *Problème autour d'une fonction*

Soit la fonction  $f$  définie par la formule qui suit

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1}$$

1. Donner l'ensemble de définition de  $f$
2. Donner les coordonnées du point de contact entre la courbe  $\mathcal{C}_f$  et sa tangente au point d'abscisse  $-1$ .
3. Calculer la fonction dérivée  $f'(x)$ .
4. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse  $-1$ .
5. Étudier la position relative de la courbe  $\mathcal{C}_f$  par rapport à la tangente au point d'abscisse  $-1$ . On pourra utiliser l'égalité suivante :  $2x^3 + 5x^2 + 4x + 1 = (x + 1)^2(2x + 1)$

★ **Exercice 2**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$$

Déterminer les réels  $a$  pour lesquels la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $a$  passe par le point de coordonnées  $(0; 2)$ .

★ **Exercice 3**    *Fonction à paramètres*

Soient  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . On considère la courbe d'équation

$$y = ax + b + \frac{c}{x - 1}$$

Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  à l'aide des informations suivantes :

- Le point  $(3; 2)$  appartient à la courbe.
- Au point  $(3; 2)$ , la tangente à la courbe est horizontale.
- La tangente à la courbe au point d'abscisse 2 est parallèle à la droite d'équation  $y = 3x + 2$ .