FEUILLE 17 - TERMINALE SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES

Compléments de dérivabilité I

⋆ Exercice 1

Soit la fonction h définie par

$$h(x) = e^{-x^2+x+1}$$

1. Justifier que h est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer $h'(x)$ pour tout réel x.
3. Étudier les variations de h.
4. En déduire que $0 < h(x) \leqslant e^{\frac{5}{4}}$ pour tout réel x.
5. Déterminer un réel a tel que la tangente à la courbe $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse a soit parallèle à la droite $y = e\,x$.
6. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse zéro.

⋆ Exercice 2

Soit la fonction h définie par

$$h(x) = e^{-2x^2+4x-6}$$

1. Justifier que h est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer $h'(x)$ pour tout réel x.
3. Montrer que la tangente à la courbe $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse 1 est horizontale.
4. Étudier les variations de h.
5. En déduire le maximum de h.

⋆ Exercice 3 *Calcul d'une dérivée seconde*

Soit la fonction g définie par

$$g(x) = (x^3 - 5x^2 + 8x - 4)^2$$

1. Pourquoi peut-on dire que g est définie et infiniment dérivable sur $\mathbb{R}$?
2. Calculer $g'(x)$ et $g''(x)$ pour tout réel x.