

Introduction à la convexité

★ **Exercice 1** *Convexité/concavité de fonctions usuelles*

Les fonctions ci-dessous sont-elles convexes ou concaves ? Justifier.

- (a) $x \mapsto x^2$ sur \mathbb{R}
- (b) $x \mapsto \sqrt{x}$ sur \mathbb{R}^+
- (c) $x \mapsto 1/x$ sur \mathbb{R}^{*+}
- (d) $x \mapsto 1/x$ sur \mathbb{R}^{*-}
- (e) $x \mapsto e^x$ sur \mathbb{R}

★ **Exercice 2** *Étude de convexité sur la fonction cube*

Étudier la convexité et les éventuels points d'inflexion de la fonction cube sur \mathbb{R} .

★ **Exercice 3** *Convexité de la fonction exponentielle*

On considère $f = \exp$ sur \mathbb{R} .

1. f est-elle convexe ou concave ?
2. Déterminer l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.
3. Dédire des questions précédentes que $e^x > x$ pour tout réel x .